Analisi Matematica 1

Corso di Studi: Triennale in Matematica – Triennale in Fisica (mutuato)

A.A. 2015/2016

Docente: Lucio Cadeddu

http://www.luciocadeddu.com/job.htm – tel: 070/6758520 – cell. 328 0091813

Anno di corso: 1°
Semestre: 1°

Sede lezioni: AULA Alfa – Cittadella Universitaria di Monserrato
CFU: 12 (=96 ore frontali)

Prerequisiti: nozioni di base della teoria degli insiemi e principali proprietà degli insiemi numerici fondamentali. Calcolo algebrico e simbolico elementare. Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado. Sistemi di equazioni e disequazioni. Trigonometria. Nozioni di base di geometria analitica (rette e curve nel piano cartesiano).

Obiettivi formativi:

CONOSCENZA E CAPACITA' DI COMPRENSIONE: apprendimento dei concetti base dell'Analisi Matematica: funzioni di una variabile reale, continuità, derivabilità, studio del grafico, studio dei limiti, sviluppo di Taylor. Successioni e serie numeriche. Integrale di Riemann e metodi di calcolo di aree.
CAPACITA' APPLICATIVE: lo studente deve essere in grado di applicare tutte le conoscenze generali dell'analisi matematica necessarie alla comprensione dei concetti relativi allo studio di funzione (disegno del grafico), al calcolo degli integrali, allo studio della convergenza di serie e successioni numeriche, anche con parametro.
AUTONOMIA DI GIUDIZIO: il corso si propone di stimolare la valutazione obiettiva della didattica proponendo costantemente agli studenti un raffronto tra i contenuti teorici proposti durante le lezioni frontali e l'acquisizione degli stessi attraverso lo studio autonomo utilizzando i testi consigliati e il materiale didattico fornito.
ABILITÀ NELLA COMUNICAZIONE: capacità di esprimere con l'appropriata terminologia matematica i concetti fondamentali dell'analisi con particolare riferimento a teoremi e dimostrazioni, mettendo in risalto e differenziando tesi e ipotesi, mostrando una buona padronanza delle diverse tecniche di dimostrazione (costruttiva, per assurdo, per induzione etc.)
CAPACITÀ DI APPRENDERE: lo studente svilupperà una metodologia di studio e analisi che gli permetta di interpretare e approfondire le problematiche che gli si presenteranno nel proseguo dello studio e della carriera universitaria/lavorativa.
COMPETENZE ATTESE: sviluppo della capacità di comunicazione professionale nell'ambito matematico, grazie all'uso di una terminologia corretta e di una modalità di descrizione organizzata e comprensibile utile non solo per il superamento dell'esame, ma anche in vista di una preparazione propedeutica agli esami successivi (in particolare di analisi).

Programma. Contenuti del Corso (cd significa “con dimostrazione”, sd “senza dimostrazione”)

1. Richiami sugli insiemi numerici: naturali, interi, razionali, reali e complessi. Irrazionalità della diagonale del quadrato unitario. Proprietà degli insiemi di numeri reali: massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore.

2. Topologia della retta: punti interni, esterni, di frontiera, isolati, di accumulazione, definizioni ed esempi. Insiemi aperti, chiusi, limitati, definizioni ed esempi. Proprietà degli aperti e chiusi (teor. 2.1 (cd), 2.2 (sd) e 2.3 (cd)). Teorema di Bolzano Weierstrass (sd). La retta ampliata. Insiemi compatti, teorema di Heine-Borel (sd), insiemi connessi.

3. Funzioni tra insiemi: iniettive, suriettive, composte, inverse. Definizioni ed esempi (pg. 22-34). Il principio di induzione. Applicazioni del metodo di induzione (somma dei primi N numeri, disuguaglianza di Bernoulli (cd)).

4. Funzioni di variabile reale: positività e simmetrie, funzione parte positiva e negativa di f, valore assoluto, funzioni pari e dispari. Funzioni limitate. Massimi e minimi locali e globali. Funzioni monotone. Esempi. Le funzioni elementari (sin(x), cos(x), log(x), e^x, etc.).

5. Successioni e serie: limite di una successione, progressione geometrica, teorema dei due carabinieri, limiti notevoli (incluso numero di Nepero “e” (cd)), massimo e minimo limite.

Successioni e topologia, fondamentale → limitata (cd), criterio di Cauchy (cd).

Serie numeriche, serie geometriche e telescopiche, serie a termini positivi, condizione necessaria (cd), criterio del confronto, criterio del rapporto e della radice (tutti cd), criterio di Cauchy (sd), serie armonica generalizzata, convergenza (assoluta, semplice) (cd), serie alternate, criterio di Leibnitz (sd).

6. Limiti per funzioni. Prime proprietà: unicità del limite (cd), limiti destro e sinistro, per eccesso e per difetto. Definizioni di limite al finito e all'infinito. Teorema della permanenza del segno (cd). Teorema dei due carabinieri (o di confronto) (cd). Unicità del limite (cd). Limiti notevoli (caso sin(x)/x)(cd). Operazioni con limiti (cd). Caso di non esistenza del limite. Forme indeterminate. Limite di funzione composta (sd). Esistenza del limite per funzioni monotone (sd). Limiti di potenze, esponenziali, logaritmi. Funzioni iperboliche, definizioni e grafici. Limiti notevoli (tutti cd).

7. Infinitesimi ed infiniti. Criteri di trascurabilità (cd). Simboli di Landau. Asintoti.

8. Funzioni continue. Continuità da destra e da sinistra. Continuità della funzione composta (sd). Discontinuità eliminabili, di prima e seconda specie. Discontinuità delle funzioni monotone (cd). Esempi. Teoremi notevoli per funzioni continue: permanenza del segno, degli zeri, dei valori intermedi, di Darboux, di Weierstrass (per massimi e minimi di funzioni continue in un compatto) (tutti cd). Continuità uniforme. Teorema di Heine-Cantor (sd).

9. Derivata di una funzione. Definizione di derivata prima e suo significato geometrico e fisico. Derivata destra e sinistra. Punti di non derivabilità (a tg verticale, angolosi, cuspidi).

Operazioni con le derivate (cd). Derivazione di funzioni composte e inverse (cd). Derivate di funzioni elementari. Derivate di ordine superiore. Differenziale.

10. Applicazione delle derivate. Massimi e minimi relativi (locali) per funzioni derivabili. Teorema di Fermat, di Rolle, di Lagrange e Cauchy (tutti cd). Derivata e funzioni monotone (crescenza e decrescenza). Test di monotonia (cd). Teoremi (regole) di De L'Hopital (cd).

11. Schema per lo studio del grafico di una funzione derivabile. La formula di Taylor (cd). Proprietà dell'operatore di Taylor (cd). Resto nella forma di Peano (cd) e di Lagrange (sd).

Esempi. Applicazioni. Teorema sulle derivate successive (cd). Concavità, convessità e flessi.

12. Integrali. Integrale di Riemann, caratterizzazione dell'integrale, teor. 1.3 (sd). Classi di funzioni integrabili: continue su compatti (cd) e monotone e limitate (cd); teorema fondamentale del calcolo integrale e corollario (entrambi cd), teorema della media integrale (cd).
Proprietà dell'integrale di Riemann. Integrale definito e indefinito. Primitive notevoli, regole di integrazione, integrazione per parti (cd), metodi di sostituzione.
Integrali impropri, criteri di convergenza (confronto, assoluta convergenza (tutti sd).

Testi di riferimento *(testi adottati e testi di consultazione)*
Teoria: C. D. Pagani, S. Salsa – "Analisi Matematica 1" – Zanichelli. ISBN 978-88-08-15133-9
Esercizi: P. Marcelllini e C. Sbordone, "Esercitazioni di Matematica, vol. 1", parte prima e parte seconda, Liguori Editore.
Lettura consigliata: P. Odifreddi "Idee per diventare matematico" Zanichelli

Strumenti e Metodi didattici

Insegnamento tradizionale su lavagna, esercizi e laboratorio in collaborazione con gli studenti del corso. Il docente non distribuisce dispense del corso.
Modalità d'esame:
verranno valutati: (qualitativo)
- acquisizione delle nozioni
- capacità nel problem solving

Modalità di valutazione/attribuzione voto:
- conoscenza del linguaggio disciplinare
- capacità di mettere in relazione concetti e conoscenze
- capacità espositiva

Preliminare prova scritta (6 prove all'anno: gennaio, 2 prove a febbraio, giugno-luglio-settembre) con esercizi sui concetti fondamentali del corso, valutazione in trentesimi. Con 18/30 si ha il diritto di accedere alla successiva prova orale. La prova scritta consente di sostenere l'orale entro la sessione in corso ossia entro il 28 febbraio per le prove scritte di gennaio e febbraio, entro il 30 settembre per le prove di giugno, luglio e settembre.
La prova orale alla lavagna è della durata di circa 45 min. con domande sulle parti principali del programma svolto. Un esito negativo della prova orale impone la ripetizione dell'intera procedura (scritto e orale in serie). Il voto finale, espresso in trentesimi, è una media pesata tra il risultato della prova scritta e della prova orale.
Per i testi delle prove scritte precedenti e altre informazioni utili si veda il sito web del docente: http://www.luciocadeddu.com/job.htm