Università degli Studi di Cagliari
Facoltà di Scienze MM.FF.NN.
A.A. 2012/2013

Corso di laurea: MATEMATICA

Insegnamento: ANALISI MATEMATICA 1 (12 CFU)

Docente: LUCIO CADEDDU – 070/675.8520 – 328/0091813 – cadeddu@unica.it – http://www.luciocadeddu.com/job.html

Contenuti del Corso (cd significa “con dimostrazione”, sd “senza dimostrazione”)

1. Richiami sugli insiemi numerici. Proprietà degli insiemi di numeri reali: massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore.
2. Topologia della retta: punti interni, esterni, di frontiera, isolati, di accumulazione, definizioni ed esempi. Insiemi aperti, chiusi, limitati, definizioni ed esempi. Proprietà degli aperti e chiusi (teor. 2.1, 2.2 e 2.3 (cd)). Teorema di Bolzano-Weierstrass (sd). La retta ampliata. Insiemi compatti, teorema di Heine-Borel (sd), insiemi connessi.
3. Funzioni tra insiemi: iniettive, suriettive, composte, inverse. Definizioni ed esempi (pg. 24-29, 32-35). Il principio di induzione. Applicazioni del metodo di induzione (somma dei primi N numeri, disuguaglianza di Bernoulli (cd)).
4. Funzioni di variabile reale: positività e simmetrie, funzione parte positiva e negativa di f, valore assoluto, funzioni pari e dispari. Funzioni limitate. Massimi e minimi locali e globali. Funzioni monotone. Esempi. Le funzioni elementari (*sin(x), cos(x), log(x),* e^x, etc.).
5. Successioni e serie: limite di una successione, progressione geometrica, teorema dei due carabinieri, limiti notevoli (incluso numero di Nepero “e” (cd)), massimo e minimo limite.
   Successioni e topologia, fondamentale → limitata (cd), criterio di Cauchy (cd).
   Serie numeriche, serie geometriche e telescopiche, serie a termini positivi, condizione necessaria (cd), criterio del confronto (asintotico), criterio del rapporto e della radice, criterio di Cauchy (tutti cd), serie armonica generalizzata, convergenza (assoluta, semplice) (cd), serie alternate, criterio di Leibnitz (cd).

6. Limiti per funzioni. prime proprietà: unicità del limite (cd), limiti destro e sinistro, per eccesso e per difetto. Definizioni di limite al finito ed all'infinito. Teorema della permanenza del segno (cd). Teorema dei due carabinieri (o di confronto) (cd). Unicità del limite (cd). Limiti notevoli (caso *sin(x)/x*)(cd). Operazioni con limiti (cd). Caso di non esistenza del limite. Forme indeterminate. Limite di funzione composta (sd). Esistenza del limite per funzioni monotone (sd). Limiti di potenze, esponenziali, logaritmi. Funzioni iperboliche, definizioni e grafici. Limiti notevoli (tutti cd).
7. Infinitesimi ed infiniti. Criteri di trascurabilità (cd). Simboli di Landau. Asintoti.
8. Funzioni continue. Continuità da destra e da sinistra. Continuità della funzione composta (sd). Discontinuità eliminabili, di prima e seconda specie. Discontinuità delle funzioni monotone (cd). Esempi. Teoremi notevoli per funzioni continue: permanenza del segno, degli zeri, dei valori intermedi, di Weierstrass (per massimi e minimi di funzioni continue in un compatto) (tutti cd). Continuità uniforme. Teorema di Heine-Cantor (sd). Funzioni Lipschitziane e Holderiane (definizioni).
9. Derivata di una funzione. Definizione di derivata prima e suo significato geometrico e fisico. Derivata destra e sinistra. Punti di non derivabilità (a tg verticale, angolosi, cuspidi). Operazioni con le derivate (cd). Derivazione di funzioni composte e inverse (cd). Derivate di funzioni elementari. Derivate di ordine superiore. Differenziale.
10. Applicazione delle derivate. Massimi e minimi relativi (locali) per funzioni derivabili. Teorema di Fermat, di Rolle, di Lagrange e Cauchy (tutti cd). Derivata e funzioni

monotone (crescenza e decrescenza). Test di monotonia (cd). Teoremi (regole) di De L'Hopital (cd).

11. Schema per lo studio del grafico di una funzione derivabile. La formula di Taylor (cd). Proprietà dell'operatore di Taylor (cd). Resto nella forma di Peano (cd) e di Lagrange (sd) Esempi. Applicazioni. Teorema sulle derivate successive (cd). Concavità, convessità e flessi.

12. Integrali. Integrale di Riemann, caratterizzazione dell'integrale, teor. 1.3 (cd). Classi di funzioni integrabili: continue su compatti (cd) e monotone e limitate (cd); teorema fondamentale del calcolo integrale e corollario (entrambi cd), teorema della media integrale (cd). Proprietà dell'integrale di Riemann. Integrale definito e indefinito. Primitive notevoli, regole di integrazione, integrazione per parti (cd), metodi di sostituzione. Integrali impropri, criteri di convergenza (confronto, confronto asintotico, assoluta convergenza, della serie (tutti cd)).

Testi di riferimento

C. D. Pagani, S. Salsa – "Analisi Matematica, Vol. 1" – Masson Editore.

Esercizi: P. Marcelllini e C. Sbordone, "Esercitazioni di Matematica, vol. 1", parte prima e parte seconda, Liguori Editore.
F. Buzzetti, E. Grassini Raffaglio, e A. Vasconi Ajroldi, "Esercitazioni di Analisi Matematica, vol. 1", parte prima, Masson.

Lettura consigliata: P. Odifreddi "Idee per diventare matematico" - Zanichelli

Obiettivi formativi
Apprendimento dei concetti base dell'Analisi Matematica: funzioni di una variabile reale, continuità, derivabilità, studio del grafico, studio dei limiti, sviluppo di Taylor. Successioni e serie numeriche. Integrale di Riemann e metodi di calcolo di aree.

Prerequisiti
Nozioni di base della teoria degli insiemi e principali proprietà degli insiemi numerici fondamentali. Calcolo algebrico e simbolico elementare. Equazioni e disequazioni di primo e secondo grado. Sistemi di equazioni e disequazioni. Trigonometria. Nozioni di base di geometria analitica (rette e curve nel piano cartesiano).

Metodi didattici
Insegnamento tradizionale su lavagna, esercizi e *laboratorio* in collaborazione con gli studenti del corso.

Modalità di verifica dell'apprendimento
Preliminare prova scritta (6 prove all'anno: gennaio-2 a febbraio-giugno-luglio-settembre) con esercizi sui concetti fondamentali del corso, valutazione in trentesimi. Con 18/30 si ha il diritto di accedere alla successiva prova orale. La prova scritta ha una validità di 60 giorni, periodo entro il quale lo studente dovrebbe sostenere la prova orale.
La prova orale alla lavagna è della durata di circa 45 min. con domande sulle parti principali del programma svolto. Un esito negativo della prova orale impone la ripetizione dell'intera procedura (scritto ed orale in serie). Il voto finale, espresso in trentesimi, è una media pesata tra il risultato della prova scritta e della prova orale.